МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ БІЗНЕС-КОЛЕДЖ

В.С. Фай,
О.В. Кацімон,
О.О. Ходаковська

МАТЕМАТИКА

Збірник компетентнісних задач

Черкаси – 2023

УДК 514.113 (075)

*Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради
Черкаського державного бізнес-коледжу
Протокол №   від __   _________2023 р.*

Укладачі: Фай В.С., Кацімон О.В., Ходаковська О.О.

Математика
Збірник компетентнісних задач
Черкаси, 2023 р. – 36 с.

Рецензент: О.М. Коломієць - кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького

Посібник містить набори та приклади розв'язування компетентнісних задач до шести навчальних тем курсу математики 10-11 класу за програмою загальноосвітньої підготовки з предмета «Математика» (рівень стандарту).

Призначений для здобувачів повної загальної середньої освіти, вчителів ЗЗСО, викладачів закладів професійно-технічної та фахової передвищої освіти.

Затверджено на засіданні циклової комісії
природничо-математичних та гуманітарних дисциплін
Протокол №   від   року

ЗМІСТ

ВСТУП

Під компетентнісними задачами, що розглядаються при вивченні математики, розуміють задачі, метою розв'язування яких є розв'язання стандартної або нестандартної ситуації (предметної, міжпредметної або практичної за описаним у ній змісті) шляхом знаходження відповідного способу розв'язування з обов'язковим використанням математичних знань. Основною відмінністю таких задач є отримання пізнавального результату.

В даному збірнику запропоновано компетентнісні задачі до тем, які вивчаються на заняттях з математики за курс 10-11 класів. Прикладне спрямування задач збірника забезпечує можливість математично досліджувати реальні явища, складати математичні моделі задач природничого змісту, аналізувати і співвідносити отримані результати з реальними фактами.

Матеріали збірника допоможуть студенту формувати навички застосування теоретичного матеріалу до розв'язування задач прикладного змісту.

Задачі посібника стануть ефективним додатковим матеріалом до занять з математики, для індивідуальної роботи, а також для самостійної роботи студентів під час підготовки до ЗНО.

Навчально-методична розробка складається із вступу, набору компетентнісних задач до шести навчальних тем курсу математики 10-11 класу за програмою загальноосвітньої підготовки з предмета «Математика» (рівень стандарту), прикладів розв'язання задач, відповідей до задач для самостійного розв'язання та списку рекомендованих джерел.

Компетентнісні задачі з теми «Функції, їх властивості та графіки»

Приклад 1

Рахунок на оплату послуг з центрального водопостачання складається з оплати самої послуги, що становить 13,85 грн. за 1 $м^3$ спожитої холодної води, та абонентської плати, що становить 11,24 грн. Запишіть функцію витрат споживача холодної води $y(x)$, де *x* вимірюється в $м^3$, а *y* – у гривнях, та обчисліть, за який об’єм спожитої холодної води він може сплатити, якщо на це виділить 110 грн. з сімейного бюджету.

Розв’язання:

За x $м^3$ холодної води споживач сплатить 13,85*x* грн., а разом з абонентською платою він сплатить 13,85*x*+11,24 грн.. Функція витрат споживача буде мати вигляд *y*=13,85*x*+11,24. Якщо він виділить з сімейного бюджету 110 грн., то зможе сплатити за $\frac{210-11,24}{13,85} \approx 7$ $м^3$ спожитої холодної води.

Відповідь: 7 $м^3$.

Приклад 2

Встановіть, чи буде графік функції витрат споживача холодної води з попереднього прикладу симетричним відносно початку координат.

Розв’язання:

Для того щоб графік функції *y*=13,85*x*+11,24 був симетричний відносно початку координат, необхідно, щоб ця функція була непарною, тобто повинна виконуватися умова $y(-x)=-y(x)$. Але $y(-x)=-13,84x+11,24 \neq -y(x)$. Значить, ця функція не є непарною і її графік не симетричний відносно початку координат.

Відповідь: не буде.

Задачі для самостійного розв’язання

1. Транспортна компанія надає авто в оренду. Вартість оренди складається з орендної плати, яка становить 600 грн. за кожен день строку користування автомобілем, та страховки від пошкоджень у розмірі 1200 грн. Запишіть функцію витрат $y(x)$ орендаря, де x вимірюється у днях, а y – у грошових одиницях.

2. В Україні діє денний та нічний тариф на електроенергію. Денний тариф становить 2,64 грн. за кіловат-годину, а нічний – 1,32 грн. за кіловат-годину. Запишіть функції витрат $y(x)$ споживача електроенергії у денний та нічний час, де x вимірюється у кВт-год., а y – у грошових одиницях. Обчисліть у відсотках на скільки вигідний для споживачів нічний тариф, ніж денний

3. Запишіть функцію, щоб її областю визначення була множина:
а) $(0;\ +\infty)$;
б) $(-\infty;\ 1)$;
в) $[-2;\ 6]$;
г) $(-\infty;\ 3)\cup(5;\ +\infty)$.

4. Задайте функцію так, щоб її областю значень була множина:
а) парних чисел;
б) невід'ємних чисел;
в) $[2;\ 3]$;
г) число 0,(3).

5. Дано функції: 1) $y=\sqrt{x^6+1}$; 2) $y=(x+1)^2$; 3) $y=3x^2+6x$; 4) $y=\dfrac{x^2+1}{x}$; 5) $y=\dfrac{x^4+x^2+1}{2x^2-5}$; 6) $y=\dfrac{x^2+x+1}{x^2-x-1}$.
Не будуючи графіки цих функцій, визначте, в яких із них графіки симетричні відносно:
а) осі ординат;

б) початку координат.

6. Вчені дослідили, як змінюється температура повітря при збільшенні висоти над рівнем поверхні землі. До висоти 12 км температура зменшується на 6˚С з кожним кілометром. Вважаючи, що температура на поверхні землі становить 23˚С, запишіть залежність $y(x)$ температури повітря від висоти над рівнем поверхні землі, де x вимірюється в кілометрах, а y - у градусах, та обчисліть температуру повітря на висоті 7 км над поверхнею землі.

7. В природі існує мільйони цікавих та загадкових тварин. Одна з них - гігантський тихоокеанський восьминіг, який має кілька сердець і мізків. Знайшовши значення виразу $\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}+\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}+\sqrt[3]{\frac{1}{216}}$, ви дізнаєтеся, скільки він має сердець, а розв'язавши ірраціональне рівняння $\sqrt{2x+18}+3=x$, дізнаєтеся про кількість його мізків.

8. Самці морських коників – єдині самці на Землі, які переживають вагітність і народжують потомство. Вони мають на животі мішечки, в яких переносяться до $\left(16^{\frac{3}{4}}\cdot 8^{\frac{5}{3}}-2\cdot 27^{\frac{1}{3}}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ немовлят одночасно. Знайдіть це число.

9. Знайдіть значення виразу $\left(\sqrt[14]{64}\cdot\sqrt[7]{16}+\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt[6]{25}+\frac{\sqrt[9]{27}}{\sqrt[3]{3}}\right)\cdot 25^{\frac{1}{2}}$ та дізнайтеся, скільки днів складає життєвий цикл арабідопсиса – першої рослини, яка розцвіла і дала насіння в космосі за відсутності гравітації.

10. Вчені з’ясували, що мозок людини починає старіти з *x* років, а пік можливостей даного органу припадає на *y* років. Встановіть відповідний вік людини, якщо *x* - це корінь ірраціонального рівняння $\sqrt{x+1-\sqrt{9x+118}}=3$, а *y* – найменше ціле число, яке входить в область визначення функції $y=\sqrt{x^2-23x+60}+\frac{1}{\sqrt{2x-42}}$.

Компетентнісні задачі з теми «Показникова та логарифмічна функції»

Показникова функція застосовується для опису радіоактивного розпаду елементів, для знаходження атмосферного тиску залежно від висоти підйому, для знаходження тиску під час вакуумування, для визначення кількості бактерій, що розмножуються, та приросту деревини. Розглянемо показникові функції, які використовуються для розв’язування цих задач.

1) Радіоактивний розпад:

$m(t)=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, де $m(t)$ - маса радіоактивної речовини в момент часу *t*, m_0 - початкова маса речовини, *T* –період піврозпаду (проміжок часу, за який початкова кількість речовини зменшується вдвічі).

2) Атмосферний тиск залежно від висоти підйому:

$p(h)=p_0(0{,}3)^h$, де p_0 - атмосферний тиск на рівні моря, *h* – висота над рівнем моря, *p(h)* – атмосферний тиск на висоті *h*.

2) Тиск під час вакуумування:

$p_2=\left(\frac{R}{R+Q}\right)^{\frac{nt}{3}}\cdot p_1$, де p_2 - кінцевий тиск, p_1 - початковий тиск, *R* – об’єм газу, що підлягає відкачуванню, *Q* - об’єм газу, що відкачується насосом за один оберт, *n* – кількість обертів, *t* – час вакуумування.

3) Кількість бактерій, що розмножуються:
$N(t)=N_0e^{kt}$, де N_0 - початкова кількість бактерій, *t* – час розмноження, *k* – стала (для різних видів бактерій вона різна).

4) Приріст деревини (ялини, сосни, дуба, клена тощо)
$M(t)=M_0a^{kt}$, де $M(t)$ - кількість деревини на час вимірювання, M_0 - початкова кількість деревини, *t* – час, який пройшов з того моменту, коли об'єм деревини був M_0, *k* та *a* – деякі сталі. Для різних видів деревини значення *k* та *a* будуть різні.

Задачі для самостійного розв'язання

1. У результаті роботи атомного реактора накопичуються радіоактивні ізотопи йоду, період напіврозпаду яких 8 діб. Яка частина ядер ізотопу розпалася до кінця першого місяця після аварії на Чорнобильській атомній електростанції?

2. Скільки радіоактивної речовини залишиться від 400 г через 3 доби, якщо її період напіврозпаду становить одну добу?

3. Скільки бактерій, що є збудниками холери, буде через добу у пробірці, якщо туди помістити одну бактерію, яка почне розмножуватися шляхом ділення навпіл через кожну годину? Через який час у пробірці буде мільйон бактерій, якщо $k\approx 4$?
4. В звіті лісового господарства вказано, що запас деревини сосни на одній з ділянок лісу дорівнює 9500 кубометрів. Через скільки років на цій ділянці буде 13500 кубометрів цієї деревини? ($a\approx 1{,}025$; $k\approx 1$)

5. У романі Ж. Верна «Мандри до центру Землі» є такий епізод, де мандрівники знаходяться на глибині 12 льє (48 км). Визначте тиск атмосфери на цій глибині і зробіть висновок про достовірність фактів, наведених автором у цьому романі.

6. На якій висоті над рівнем моря повинен знаходитися турист, щоб атмосферний тиск у тій точці дорівнював 200 мм рт. ст.? Як це буде впливати на самопочуття людини?

7. Чисельність населення нашої планети у 2022 році становила 8 мільярдів осіб, а його приріст становить 1,05% за рік. Обчисліть, якою буде чисельність населення у 2025 році, якщо темп приросту не зміниться.

8. Знайдіть період піврозпаду радіоактивної речовини, якщо за чотири доби з 2400 г її залишиться 300 г.

9. Скільки кубометрів деревини дуба на одній з ділянок лісового господарства буде через п’ять років, якщо на даний час запас цієї деревини становить 10500 кубометрів? ($a \approx 1{,}025$; $k \approx 1$)

10. В пробірку потрапило 10000 бактерій. Через який час в пробірці стане 40000 бактерій, якщо за годину їхня кількість збільшується на 30%?

Компетентнісні задачі з теми «Похідна та її застосування»

Приклад 1

Прибуток фірми залежно від ціни за одиницю продукції описується функцією $П(x) = -6x^2 + 720x$, де *x* та *y* вимірюються в гривнях. Якою повинна бути ціна одиниці продукції, щоб прибуток фірми був найбільшим

Розв'язання:
Згідно з економічним змістом похідної, прибуток буде визначатися похідною $\Pi'(x)$: $\Pi'(x) = -12x + 720$. Знайдемо при якому значенні *x*, причому $x \in (0;\ 120)$, дана функція приймає найбільше значення. Для цього знайдемо критичну точку функції $\Pi(x)$: $-12x + 720 = 0$, $x = 60$. Шляхом дослідження знаків похідної $\Pi'(x)$ встановлюємо, що $x = 60$ - точка максимуму даної функції, а значить, функція $\Pi(x)$ набуватиме найбільшого значення при $x = 60$.
Отже, для того, щоб прибуток фірми був найбільшим, ціна одиниці продукції повинна бути 60 грн.
Відповідь: 60 грн.

Приклад 2
Дитячий майданчик у формі прямокутника і площею 200 $м^2$ потрібно обгородити з трьох боків металевою сіткою. Один метр сітки коштує 600 грн. Яких розмірів має бути дитячий майданчик, щоб витрати на огорожу були мінімальними, та чому дорівнюють ці витрати?

Розв'язання:
Нехай x м - довжина однієї сторони майданчика, тоді $\frac{200}{x}$ м – довжина іншої сторони ($x \in (0;\ 200)$). Вартість усієї огорожі становить: $P_1(x) = 600\left(2x + \frac{200}{x}\right) = 1200x + \frac{120000}{x}$,

або $P_2(x) = 600 \cdot \left(x + \frac{400}{x}\right) = 600x + \frac{240000}{x}$.

Функція $P_1(x)$ набуватиме мінімального значення при $x=10$. Отже, дитячий майданчик матиме розміри 10 м і 20 м, а мінімальна вартість огорожі становитиме 24000 грн.
Функція $P_2(x)$ набуватиме мінімального значення при $x=20$. Отже, спортивний майданчик матиме теж розміри 10 м і 20 м, і мінімальна вартість огорожі становитиме теж 24000 грн.
Відповідь: 20 м і 10 м, 24000 грн.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Директор приватної фірми з'ясував, що залежність її тижневого прибутку P від вкладень у рекламу описується функцією $P(x)=400\sqrt{x}-2x-500$, де x і P вимірюються в гривнях. Яку суму повинна витрачати фірма на рекламу кожного тижня, щоб її прибуток був найбільшим? Обчисліть цей прибуток.

2. Господарю необхідно огородити дачну ділянку прямокутної форми площею $600м^2$ таким чином, щоб з трьох боків була сітка-рабиця, а з четвертого – паркан з профнастилу. Один погонний метр сітки-рабиці коштує 280 грн., а профнастилу –131,6 грн. На будівництво огорожі господар виділив 20000 грн. Чи вистачить цієї суми?

3. Вартість експлуатації моторного човна, швидкість якого x км/год., задається функцією $P(x)=0,4x^2+20x+85$ грн./год.. Якою повинна бути швидкість човна, щоб вартість 1 км шляху була мінімальною? Знайдіть цю вартість.

4. Якими повинні бути радіус та висота консервної банки об'ємом $128\pi\ см^3$, щоб витрати жесті на її виготовлення були найменшими?

5. Три стіни та підлогу виставкової зали з квадратною підлогою та об'ємом 144 $м^3$ необхідно пофарбувати. Якими повинні бути розміри зали, щоб на це було витрачено найменшу кількість фарби?

6. Для магазину зоотоварів треба побудувати приміщення у формі прямокутного паралелепіпеда, одна із стін якого повинна бути зі скла, а інші – з газоблоку. Висота приміщення повинна бути 3 метри, а площа – 77 $м^2$. Відомо, що 1 $м^2$ скляної стіни коштує 1500 грн, а з газоблоку – 700 грн. Якими повинні бути розміри приміщення, щоб загальна вартість усіх стін була найменшою?

7. В дворі будинку мешканці вирішили облаштувати клумбу у вигляді рівнобедреного трикутника з бічною стороною 3 м. Якому значенню повинна дорівнювати довжина основи цього трикутника, щоб клумба мала найбільшу площу?

8. На сторінці книги друкований текст новин повинен займати 400 $см^2$. Поля вгорі та знизу повинні мати по 2 см, а ліворуч і праворуч – по 1,5 см. Обчислити найекономніші розміри сторінки паперу.

9. Мешканці котеджного містечка вирішили побудувати дитячий басейн з прямокутним дном висотою 1,5 м і об'ємом 96 $м^3$, а стіни та дно його облицювати плиткою. Вартість 1 $м^2$ плитки становить 520 грн. Які повинні бути розміри басейну, щоб вартість плитки була найменшою? Яку площу необхідно облицювати, та скільки коштів витратять мешканці котеджного містечка на плитку?

10. З кулі радіуса $5\sqrt{2}$ см виточили деталь циліндричної форми таким чином, що її осьовий переріз має найбільшу площу. Знайдіть площу поверхні цієї деталі.

Компетентнісні задачі з теми «Інтеграл та його застосування»

Застосування визначеного інтеграла

Величина	Формула для обчислення
S – пройдений тілом шлях, $v(t)$ - швидкість, $t \in \lfloor t_1;\ t_2 \rfloor$	$S = \int\limits_{t_1}^{t_2} v(t)dt$
m – маса тонкого стрижня, $\rho(x)$ - лінійна густина, $x \in \lfloor x_1;\ x_2 \rfloor$	$m = \int\limits_{x_1}^{x_2} \rho(x)dx$
q – кількість електрики, $I(t)$ - сила струму, $t \in \lfloor t_1;\ t_2 \rfloor$	$q = \int\limits_{t_1}^{t_2} I(t)dt$
A – робота, $F(x)$ - змінна сила, $x \in \lfloor x_1;\ x_2 \rfloor$	$A = \int\limits_{x_1}^{x_2} F(x)dx$

Q – кількість теплоти, $C(t)$ - теплоємність, $t \in \lfloor t_1;\ t_2 \rfloor$	$Q = \int\limits_{t_1}^{t_2} C(t)dt$
V - обсяг продукції, $\Pi(t)$ - продуктивність виробництва, $t \in \lfloor t_1;\ t_2 \rfloor$	$V = \int\limits_{t_1}^{t_2} \Pi(t)dt$
ΔK - приріст капіталу, $I(t)$ - чисті інвестиції, $t \in \lfloor t_1;\ t_2 \rfloor$	$\Delta K = \int\limits_{t_1}^{t_2} I(t)dt$

Приклад 1
Продуктивність праці виробничої бригади виражається функцією $\Pi(t) = 4t + t^2$. Обчисліть обсяг виробленої бригадою продукції за 6 годин робочого часу.

Розв'язання:
$$V = \int_0^6 \Pi(t)dt = \int_0^6 (4t + t^2)dt = \left(2t^2 + \frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^6 = 72 + 72 = 144 \text{ (од.пр.)}$$
Відповідь: 144 одиниці продукції.

Приклад 2
Велосипедист рухається з прискоренням $a(t) = 3t^2 + 6t + 8$, де a вимірюється в $м/с^2$, а t - в секундах. Яку відстань проїде велосипедист за перші чотири секунди руху?

Розв'язання:
Шлях, який проїхав велосипедист, обчислюється за допомогою формули $S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$, де $v(t) = \frac{3t^3}{3} + \frac{6t^2}{2} + 8t = t^3 + 3t^2 + 8t$. Отже,
$$S = \int_0^4 (t^3 + 3t^2 + 8t)dt = \left(\frac{t^4}{4} + t^3 + 4t^2\right)\Bigg|_0^4 = 64 + 64 + 64 = 192 \text{ (м).}$$
Відповідь: 192 м.

Приклад 3
Зміна величини струму в провіднику описується законом $I(t) = 2t^2 + 3t - 1$. Знайдіть кількість електрики, яка пройде через провідник за 3 секунди.

Розв'язання:

Кількість електрики, що проходить через провідник, обчислюється за формулою $q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$. Отже,

$$q = \int_0^3 (2t^2 + 3t - 1)dt = \left(\frac{2t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} - t\right)\Bigg|_0^3 = 18 + 13{,}5 - 3 = 28{,}5 \text{ (Кл)}$$

Відповідь: 28,5 Кл.

Задачі для самостійного розв’язання

1. За який час робітник виготовить чотири деталі, якщо продуктивність його праці протягом зміни виражається законом $\Pi(t) = 3t^2 - 4t + 2$, де t – робочий час, $t \in \lfloor 0 \quad 8 \rfloor$?

2. Інвестор здійснив прямі інвестиції у приватну пекарню, що задаються функцією $I(t) = 6000\sqrt{t+2} + 400t$. Знайдіть приріст його капіталу через два роки. Через скільки років він матиме приріст капіталу 117800 грн.?

3. Довжина тонкого стрижня дорівнює 30 см. Знайдіть масу цього стрижня, якщо його лінійна густина змінюється за законом $\rho(x) = 10x^2 + 6$.

4. Знайдіть закон руху вантажівки, якщо вона рухається з прискоренням $a(t) = 4t - 3$, знаючи, що через 3 секунди від початку руху її швидкість була 10 м*/с*, а за перші 6 секунд вона проїхала 70 м.

5. Запишіть закон для виміру кількості електрики, яка проходить через провідник, якщо величина струму у провіднику описується законом $I(t) = 6t^2 - 4t - 9$, і відомо, що за 4 секунди через провідник проходить кількість електрики, яка дорівнює 35 Кл.

6. Два велосипедиста виїхали до пункту призначення одночасно, причому прискорення одного з них дорівнює 4 м/с^2, а іншого – 6 м/с^2. Яка відстань буде між ними через 5 секунд від початку руху?

7. Листоноша, що розносить пенсію мешканцям двох сіл, вийшов з відділення пошти і рухався зі швидкістю $v(t)=6t+3$, де t вимірюється в годинах, а $v(t)$ - в км/год. Через годину він прийшов у перше село, а ще через годину – у друге. Яка відстань між селами, якщо листоноша не робив зупинки у першому селі?

8. Обчисліть, на якій висоті від поверхні землі буде знаходитися голуб через 3 секунди, якщо він злітає з поверхні землі зі швидкістю, яка визначається за формулою $v(t)=5t^4+4t^3+2t$.

9. Скільки бактерій буде в пробірці за проміжок часу від 1 до 3 годин, якщо їхня кількість за годину збільшується зі швидкістю, що задається законом $v(t)=10^3+4\cdot10^2\cdot t$?

10. Дачник вирішив облаштувати ділянку для вирощування сільськогосподарських рослин у формі криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y=4x-x^2$ і $y=0$, та засипати її чорноземом. Обчисліть, скільки тон чорнозему йому треба придбати, якщо товщина шару повинна бути 0,3 *м*, а $1\,м^3$ чорнозему важить приблизно 1,4 т.

Компетентнісні задачі з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики»

Приклад 1

Цінні папери можуть зростати в ціні на 4% протягом одного дня з ймовірністю 0,8, або дешевшати на 3% з ймовірністю 0,3.

Припускаючи, що зміни цін є незалежними, необхідно розрахувати ймовірності наступних подій:
а) А – «протягом двох днів цінні папери будуть дешевшати»;
б) В – « два дні цінні папери будуть дешевшати, а один день – зростати в ціні»

Розв'язання:
Розглянемо такі події: D – «цінні папери протягом дня подешевшали»; F– «цінні папери протягом дня подорожчали».
Тоді матимемо: A= D · D; B= C·C·D + C·D ·C+ D·C·C=3·C·C·D.
Отже, P(A)=P(D · D)=P(D)·P(D)= $0{,}3^2$ =0,09,
P(B)=P(D · D · F)+ P(D · F · D)+(F · D · D)=3·(0,3·0,3·0,8)=0,081.
Відповідь: а) 0,09;   б) 0,081.

Приклад 2
Перша та друга філії банку приносять йому прибуток. Ймовірність того, що прибуток буде отримано від першої філії, становить 0,8, в той час як ймовірність отримання прибутку від другої філії дорівнює 0,9. Частка прибутків, що генерується першою філією, складає 0,4, а другою філією – 0,6. Знайти :
а) Ймовірність того, що банк отримає прибуток від своїх філій (подія А).
б) Ймовірність того, що банк отримає прибуток від другої філії (подія В).

Розв'язання:
Розглянемо такі події: С – «банк отримав прибуток від першої філії »; К – «банк отримав прибуток від другої філії ».
За умовою ймовірності цих подій Р(С)=0,8; Р(К)=0,9.
Умовні ймовірності $P_C(A) = 0{,}4$; $P_K(A) = 0{,}6$.
Тоді за формулою повної ймовірності:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{2} P(C) \cdot P_C(A) = P(C) \cdot P_C(A) + P(K) \cdot P_K(A).$$

$P(A) = 0{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}9 \cdot 0{,}6 = 0{,}86$.

$P(B) = \dfrac{P(K) \cdot P_K(A)}{P(A)}$ (за формулою Байєса)

$P(B) = \dfrac{0{,}9 \cdot 0{,}6}{0{,}86} = 0{,}63$.

Відповідь: а) 0,86; б) 0,63.

Приклад 3

На біржі продаються 10 цінних паперів, і ймовірність того, що їхня вартість зросте протягом одного дня, складає 0,6. Знайдіть ймовірність таких подій:

а) Рівно 5 цінних паперів подорожчають;

б) Не більше, ніж 5 цінних паперів подорожчають;

в) Менше, ніж 5 цінних паперів подорожчають;

г) Від 3 до 5 цінних паперів підвищать свою вартість;

д) Не менше, ніж 5 цінних паперів подорожчають.

Розв'язання:

За умовою задачі кількість випробувань $n = 10$. Ймовірність того, що папери подорожчають протягом одного дня $p = 0{,}6$, а ймовірність того, що папери не подорожчають протягом одного дня, - $q = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

За формулою Бернуллі $P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$ матимемо:

а) $P_{10}(5) = C_{10}^5 \cdot 0{,}6^5 \cdot 0{,}4^5 = 0{,}201$;

б)

$P_{10}(k \le 5) = P_{10}(0) + P_{10}(1) + P_{10}(2) + P_{10}(3) + P_{10}(4) + P_{10}(5) = 0{,}367$

в)

$P_{10}(k < 5) = P_{10}(k \le 4) = P_{10}(0) + P_{10}(1) + P_{10}(2) + P_{10}(3) + P_{10}(4) =$
$= 0{,}166$;

г) $P_{10}(k \ge 5) = 1 - P_{10}(k \le 4) = 0{,}834$.

д) $P_{10}(3 \le k \le 5) = P_{10}(k \le 5) - P_{10}(k \ge 2) = 0{,}367 - 0{,}012 = 0{,}355$.

Відповідь: а) 0,201; б) 0,367; в) 0,166; г) 0,834; д) 0,355.

Задачі для самостійного розв’язання

1. На літніх Параолімпійських іграх 2016 року у Ріо-де-Жанейро (Бразилія) збірна України встановила рекорд, отримавши 41 золоту, 37 срібних та 39 бронзових медалей, і вперше зайняла третє місце в загальному заліку. Три з цих медалей (золота, срібна і бронзова) були виборені трьома спортсменами у стрільбі. Розглянемо ситуацію, де три спортсмени стріляють по одній мішені по одному разу. Ймовірність попадання першого спортсмена становить 0,85, для другого - 0,9, для третього - 0,95. Визначте ймовірність наступних подій:
а) Троє спортсменів попадають по мішені;
б) Ніхто з них не попаде по мішені;
в) Тільки один із трьох спортсменів попаде по мішені;
г) Хоча б два спортсмени попадають по мішені;
д) Хоча б один із трьох спортсменів попадає по мішені.
2. Менеджер з інвестицій розглядає три можливі сценарії економічного розвитку на наступний рік: високе зростання, відсутність зростання і спад, з ймовірностями відповідно 0,7; 0,4; 0,2. Передбачається отримання прибутку з наявного активу, і ймовірність отримання прибутку для кожного сценарію складає: для високого зростання – 0,8, для відсутності зростання – 0,6, для спаду – 0,1. Знайти ймовірності наступних подій:
а) отримано прибуток з наявного активу в умовах відсутності зростання економіки;
б) отримано прибуток з наявного активу в умовах високого зростання економіки;
в) отримано прибуток з наявного активу в умовах спаду економіки.

3. Скількома способами можна скласти розклад з чотирьох пар для студентів групи на один день, якщо кількість дисциплін, які вивчають студенти групи дорівнює 13, а фізика і математика не повинні стояти в розкладі поруч?

4. За статистичними даними ймовірність того, що 25-річна людина проживе ще один рік, дорівнює 0,998. У якому випадку страхова компанія очікує отримати більший прибуток від страхування однієї людини: якщо вона запропонує 25-річній людині застрахуватися на один рік на суму 10000 грн. при страховому внеску 300 грн., або на суму 20000 грн. при страховому внеску 500 грн.?

5. Кількість донорської крові в усьому світі за один рік становить приблизно 120 млн доз. Але це виявляється недостатнім для вирішення глобальної потреби. Зокрема, 40% цих доз здаються в країнах з високим рівнем доходу, де проживає лише 15% населення планети. Проте, виявляється, що більше молодих людей здають кров у країнах з низьким і середнім рівнем доходу. На донорський пункт прийшло 20 осіб, серед яких 6 мають першу групу крові, 5 - другу, а інші - третю групу. Яка ймовірність того, що перша особа, яка здала кров, належить до третьої групи?

6. Побудуйте статистичну таблицю, яка відображає потреби щоденного споживання вітамінів дорослою людиною: вітамін С – до 100 мг, вітамін В1 – 2 мг, В2 – 2 мг, вітамін В6 – 2 мг, вітамін А – 2 мг, вітамін К – 2 мг, вітамін В12 – 2 мг, вітамін D – 10 мг.

7. Побудуйте стовпчасту діаграму причин поширення суїциду, використавши результати соціологічного опитування студентів. Основними факторами, які сприяють поширенню суїциду, опитані назвали такі: поширення алкоголізму, наркоманії,

злочинності – 61,9%; соціальна незахищеність населення – 25%, падіння моральності у суспільстві – 18,4%, безробіття – 54,2%, нестабільність економіки – 7,7%, причини особистого характеру – 6,5% та нестабільність у політиці – 2,3% опитаних.

8. Щоб з'ясувати, скільки грошей на особисті потреби щоденно витрачають студенти-першокурсники однієї з груп, провели опитування серед них. Виявилося, що 30 грн. в день витрачають два студенти, 50 грн. – п'ятеро студентів, 80 грн. – сім студентів, 100 грн. – четверо студентів, 120 грн. – троє студентів, 150 грн. – четверо студентів, 170 грн. – троє студентів і 200 грн. – двоє студентів. Використовуючи дані опитування, складіть частотну таблицю і обчисліть:
а) розмах вибірки;
б) моду вибірки;
в) медіану вибірки;
г) середнє значення вибірки.

9. Здоров'я людини залежить на 20% від стану довкілля, на 20% – від спадковості, на 10% - від стану системи охорони здоров'я, на 50% - від способу її життя. Побудуйте секторну діаграму, яка відображає результати даного дослідження.

10. В кулінарному відділі магазину є в наявності 8 видів тортів та 12 видів тістечок. Скількома способами Олена може вибрати два торта або вісім тістечок, щоб пригостити друзів на свій день народження?

Компетентнісні задачі з теми « Многогранники. Тіла обертання»

Приклад 1

Стіни кімнати розміром $5,4 \times 3,2 \times 2,5$ м необхідно поштукатурити декоративною штукатуркою. Кімната має вікно розміром $1,5 \times 1,4$ м та двері розміром $2,0 \times 0,8$ м. Відро штукатурки масою 20 кг коштує 1000 грн. Скільки коштів потрібно витратити на штукатурку, якщо товщина шару повинна бути 5 мм, а витрати її на товщину шару в 1мм становлять 1,3 кг на 1 $м^2$ площі?

Розв'язання:

Загальна площа стін кімнати $S_1 = PH$; $S_1 = (5,4 + 3,2) \cdot 2 \cdot 2,5 = 51,6 (м^2)$.

Площа вікна: $S_2 = 1,5 \cdot 1,4 = 2,1 (м^2)$. Площа дверей: $S_3 = 2 \cdot 0,8 = 1,6 (м^2)$.

Площа стін, яку треба поштукатурити: $S = S_1 - S_2 - S_3$.
$S = 51,6 - 2,1 - 1,6 = 47,9 (м^2)$.

Витрати штукатурки на шар в 1 мм: $47,9 \cdot 1,3 = 62,27$ кг, а на шар в 5 мм - $62,27 \cdot 5 = 311,35$ кг.

Отже, для виконання роботи необхідно придбати $311,35 : 20 \approx 16$ відер штукатурки, що буде коштувати $16 \cdot 1000 = 16000$ грн..

Відповідь: 16000 грн.

Приклад 2

Скільки коштів треба витратити на цеглу для будівництва колони розміром 2×2 цеглини і висотою 1м, якщо одна цеглина коштує 10 грн.?

Розв'язання:

Колона має вид прямокутного паралелепіпеда, основою якого є квадрат ABCD. (Рис.1)

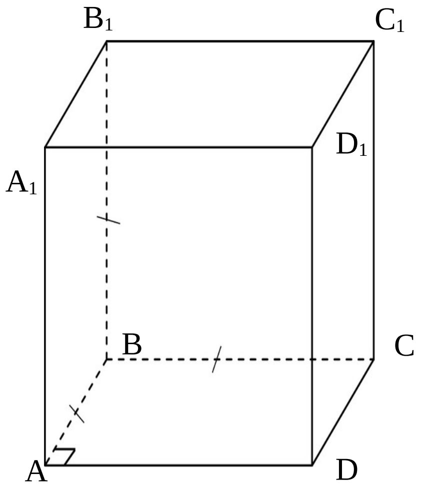

Рис.1

Тоді AB=51 см (250 мм – довжина цеглини, 10 мм – товщина вертикального шва розчину. Отже, 250+250+10=510 (мм)=51(см). Знаходимо площу бічної поверхні колони:

$S_{б.п.} = P_{осн} \cdot H$.

$S_{б.п.} = 4 \cdot 51 \cdot 100 = 20400\ (см^2)$

Площа бічної грані цеглини дорівнює

$S = 25 \cdot 6{,}5 = 162{,}5 (см^2)$,

площа вертикального шва розчину - $S_1 = 6{,}5 \cdot 1{,}2 = 7{,}8 (см^2)$,

площа горизонтального шва розчину $S_2 = 25 \cdot 1 = 25 (см^2)$.

Отже, витрати цегли будуть:

$\dfrac{S_{б,п.}}{S + S_1 + S_2} = \dfrac{20400}{162{,}5 + 7{,}8 + 25} \approx 104{,}5 = 105$ (шт.). Враховуючи вартість однієї цеглини, знайдемо, що на цеглу для будівництва колони потрібно витратити $105 \cdot 10 = 1050$ грн..

Відповідь: 1050 грн.

Приклад 3

Дах альтанки, що має вигляд правильної шестикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 1,2 м, висота – 0,9 м, необхідно покрити бітумною черепицею. Скільки треба витратити коштів на покриття даху, якщо вартість 1 $м^2$ бітумної черепиці становить 330 грн.? (Рис.2)

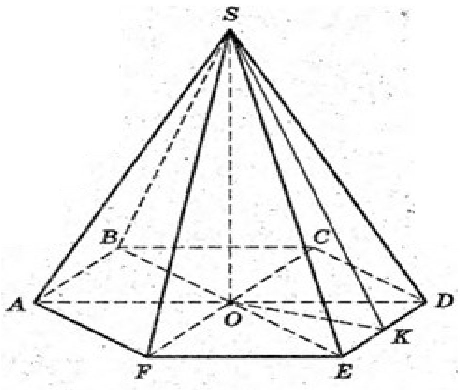

Рис.2

Розв’язання:

$S_{б.п.}=\frac{1}{2}P_{осн}\cdot l$ **,**

де l =SK,

$P_{осн}=6\cdot 1{,}2=7{,}2$ (м).

$l=\sqrt{H^2+r^2}$,

де $H=SO$=0,9 м,

а $r=OK$ – радіус кола, вписаного в основу піраміди.

$r=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, тоді $r=\frac{1{,}2\sqrt{3}}{2}=0{,}6\sqrt{3}$ м.

$l=\sqrt{0{,}9^2+(0{,}6\sqrt{3})^2}=\sqrt{1{,}85}\approx 1{,}36$ (м).

$S_{б.п.}=\frac{1}{2}\cdot 7{,}2\cdot 1{,}36=4{,}896\approx 4{,}9(м^2)$ **;**

Отже, на покриття даху альтанки необхідно витратити 4,9 $м^2$ бітумної черепиці, що буде коштувати 1617 грн.

Відповідь: 1617 грн.

Приклад 4

Для дитячого табору необхідно виготовити 8 брезентових наметів у формі правильної чотирикутної піраміди зі стороною основи 3 м і висотою 2,5 м. Скільки квадратних метрів брезенту треба використати для виготовлення цих наметів і яку суму треба заплатити за матеріал, якщо $1\ м^2$ брезенту коштує 160 грн., і витрати матеріалу на шви складають 8% поверхні намету. (Рис.3)

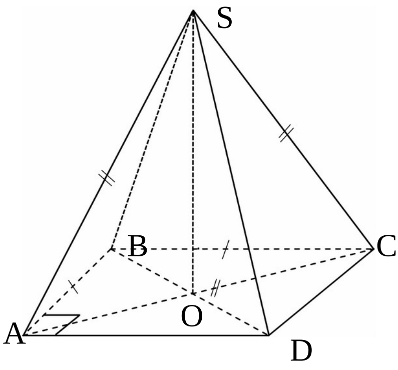

Рис. 3

Розв'язання:
Площу бічної поверхні намету знайдемо за формулою $S_{б.п.} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot l$, де $P_{осн} = 3 \cdot 4 = 12$ м, а $l = \sqrt{H^2 + r^2}$, де H=2,5 м,
r – радіус кола, вписаного в основу. Тоді $r = \frac{a}{2}$;
$r = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1{,}5$ (м).

$l = \sqrt{2{,}5^2 + 1{,}5^2} \approx 2{,}9$ (м); **;** $S_{б.п.} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 2{,}9 = 17{,}4\,(м^2)$

З врахуванням витрат матеріалу на шви, на виготовлення одного намету необхідно 17,4·0,08+17,4≈18,8 $(м^2)$ брезенту, тоді на 8 наметів треба 150,4 $(м^2)$ брезенту, що коштуватиме 150,4·160=24064грн.
Відповідь: 150,4$(м^2)$; 24064 грн.

Приклад 5

Скільки коштів треба витратити на матеріали для виготовлення пожежного відра конусоподібної форми діаметром 30 см та висотою 38 см з тонкого металу і без ручки, якщо витрати на метал становлять 400 грн. за $1\ м^2$(з врахуванням відходів), а на фарбування $1\ м^2$ поверхні відра ззовні та зсередини необхідно 180 г емалі червоного кольору, банка якої вагою 2,8 кг коштує 370 грн.

Розв'язання:

Площу бічної поверхні конусного відра знайдемо за формулою $S = \pi R l$, де $R = 0{,}15$ м – радіус відра, $l = \sqrt{H^2 + R^2}$ - це твірна конуса, $H = 0{,}38$ м – висота відра.

$l = \sqrt{0{,}38^2 + 0{,}15^2} = \sqrt{0{,}1444 + 0{,}0225} = \sqrt{0{,}1669} \approx 0{,}41$ м

Тоді $S = \pi \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}41 \approx 0{,}19\ (м^2)$. Отже, вартість металу на виготовлення пожежного відра буде становити $0{,}19 \cdot 400 = 76$ грн. На фарбування цього відра ззовні та зсередини необхідно $0{,}19 \cdot 180 \cdot 2 = 68{,}4$ г фарби, що буде коштувати $\frac{370}{2800} \cdot 68{,}4 \approx 9$ грн..

Отже, на матеріали для виготовлення та фарбування пожежного відра без ручки необхідно витратити 76+9=85 грн.

Відповідь: 85 грн.

Приклад 6

Складність роботи склодува, що виготовляє новорічні прикраси, полягає в тому, що йому треба вдихнути в легені такий об’єм повітря, щоб вийшла кулька необхідного діаметру. Який об’єм повітря повинен набрати в легені склодув, щоб створити новорічну кульку діаметром 10 см? Кульку якого діаметру може виготовити жінка-склодув, якщо після глибокого вдиху зробить повний видих?

Розв’язання:

Об’єм новорічної кульки знайдемо за формулою $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, де $R = \frac{10}{2} = 5$ см. Маємо: $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 \approx 522\ (см^3)$. Отже, щоб виготовити новорічну кульку діаметром 10 см, склодуву необхідно набрати в легені $522\ (см^3)$ повітря.

Об’єм легень жінки в середньому становить 3000 $см^3$. Якщо жінка-склодув зробить повний вдих, а потім повний видих, то вона зможе створити кульку діаметром приблизно 18 см, так як

$R^3 = \frac{3V}{4\pi} = \frac{3 \cdot 3000}{4 \cdot 3{,}14} \approx 717$, а $R = \sqrt[3]{717} \approx 9$ см, тоді $d \approx 18$ см.

Відповідь: $522\ (см^3)$; 18 см.

Задачі для самостійного розв'язання

1. Скільки грошей отримає робітник за роботу по фарбуванню стін та підлоги підсобного приміщення розмірами 5 м х 4 м х 3 м, якщо воно має двоє дверей висотою 2,1 м та шириною 0,9 м, а фарбування $1\ м^2$ коштує 60 грн.?

2. Колону циліндричної форми необхідно пофарбувати емалевою фарбою, 2,8 кг якої коштує 350 грн. Скільки коштів треба витратити на фарбу, якщо висота колони становить 32 дм, діаметр основи – 12 дм, а її витрати на $1\ м^2$ поверхні колони становлять 200 г.

3. Дах циліндричної вежі має форму конуса висотою 3 м, а діаметр вежі становить 8 м. Скільки коштів треба витратити на залізо для покрівлі цього даху, якщо вартість одного його листа становить 800 грн., розмір листа – 1м х 2м, а витрати на шви становлять 8% від усього матеріалу?

4. На початку жовтня 2020 року у Кам'янці-Подільському пройшов щорічний фестиваль повітряних куль, в якому брало участь 12 аеростатів. Скільки коштів витратила команда-учасниця фестивалю на матеріал для виготовлення повітряної кулі, якщо її діаметр 17,6 м, 1 м матеріалу шириною 0,9 м коштує 300 грн., а на шви та відходи витрачається 10% матерії.

5. Якщо прийняти за одиницю діаметр Землі, то діаметр Місяця складає $\frac{3}{11}$ цієї одиниці. Знайдіть співвідношення площ поверхонь Місяця та Землі.

6. Для захисту від паводку на Закарпатті збудували дамбу довжиною 174 м та висотою 4 м. Поперечний переріз її має

форму рівнобічної трапеції з основами 22 м і 16 м. Скільки десятитонних самоскидів було задіяно для перевезення землі на будівництво, якщо на один самоскид навантажували по 9 $м^3$ землі, а кожен самоскид зробив по 20 ходок?

7. У господарки є дві каструлі циліндричної форми зеленого та білого кольору. В яку з них вона зможе набрати більше води і в скільки разів, якщо зелена каструля в два рази нижча, але в стільки ж разів ширша, ніж біла?

8. Підприємству з виготовлення новорічних іграшок необхідно упакувати кульку радіусом 5 см. З двох видів упаковок у формі куба та правильного тетраедра було обрано ту, яка вимагає менших витрат матеріалу на її виготовлення. Визначте, яку упаковку обрало підприємство. У скільки разів витрати матеріалу на неї менші?

9. На якій висоті повинно розташовуватися джерело світла для освітлення дитячого майданчика у формі рівнобічної трапеції, якщо її основи дорівнюють 6 м та 24 м, а відстані від нього до всіх сторін майданчика повинні дорівнювати 10 м?

10. Радіощогла утримується у вертикальному положенні за допомогою трьох тросів, які закріпили на землі на відстані 8 м від її основи і під кутом 60° до поверхні землі. Скільки метрів тросу для цього використали?

Відповіді до задач

Компетентнісні задачі з теми «Функції, їх властивості та графіки»

1. $y = 600x+1200$; **2.** $y = 1{,}32x$; $y = 2{,}64x$; на 50,2%; **5.** а) 1; 5; б) 4; **6.** $y = 23 - 6x$; – 19°; **7.** 3 серця, 9 мізків; **8.** 2000; **9.** 40 днів; **10.** 27 років, 22 роки.

Компетентнісні задачі з теми «Показникова та логарифмічна функції»

1. $\sqrt[8]{2}$; **2.** 50 г; **4.** ≈14 років; **5.** 6,74 атмосфер. Не достовірна; **6.** 5600 м; **7.** 8254655261; **8.** $t = \frac{4}{3}$; **9.** 11880 $м^3$; **10.** 5,3 год.

Компетентнісні задачі з теми «Похідна та її застосування»

1. 10000, 19500; **2.** Не вистачить. Потрібно 23530 грн.; **3.** 25 км/год., 835 грн/год.; **4.** 4 см, 8 см; **5.** 6м x 6м x 4м; **6.** 7м x 11м; **7.** $6\sqrt{2}$ м; **8.** 23см x 24см; **9.** 8м x 8м x 1,5м, 112 $м^2$, 58240 грн.; **10.** 4,5 т.

Компетентнісні задачі з теми «Інтеграл та його застосування»

1. $t = 2$; **2.** 32800грн. 7 років; **3.** 1,89 кг; **4.** $S(t) = \frac{2t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + t - 26$; **5.** $q = 2t^3 - 2t^2 - 9t - 25$; **6.** 25 м; **7.** 12 км; **8.** 333 м; **9.** 3600; **10.** 4,5 т.

Компетентнісні задачі з теми «Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики»

1. а) 0,727; б) 0,00075; в) 0,0252; г) 0,974; д) 0,99925; **2.** а) 0,24; б) 0,56; в) 0,02; **3.** 16500 способів; **4.** В другому випадку, де страховка коштує більше, страхова компанія очікує отримати більший прибуток.; **5.** 0,45; **8.** а) 170; б) 80; в) 100; г) $104\frac{2}{3}$; **10.** 523.

Компетентнісні задачі з теми « Многогранники. Тіла обертання»

2. 4213, грн.; **2.** ≈301 грн.; **3.** 54259 грн.; **4.** 350316 грн.; **5.** $\frac{9}{121}$; **6.** 74; **7.** В зелену каструлю. В 2 рази.; **8.** У формі правильного тетраедра. У 7 разів.; **9.** 8 м; **10.** 48 м.

Список рекомендованих джерел

1. Морзе Н. В. Компетентністні завдання як засіб формування інформатичної компетнтності в умовах неперервної освіти. / Н. В. Морзе, О. Г. Кузьмінська, В. П. Темпер. – Інформаційні технології в освіті. – 2010. – №6. – С. 23-31.
2. Бродський Я.С. Стереометрія в старшій школі. / Я.С. Бродський, В.Ю. Гречук, О.Л. Павлов – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005. – 124 с.
3. Солодченко Л.О. Розвиток життєвих компетентностей на уроках математики.- Т.-Х. : Ранок, 2011.
4. Раков С. А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти . – Математика в школі. – 2005. – № 5

ДОВІДКА ПРО УКЛАДАЧІВ

Фай Вікторія Степанівна – викладач Черкаського державного бізнес-коледжу з 2004 року. Закінчила Черкаський державний педагогічний інститут за спеціальністю „Математика” (1993р.). Спеціаліст вищої категорії, викладач-методист. З 2011 року – голова методичного об’єднання викладачів математики технікумів та коледжів Черкаської області. Автор навчально-методичних видань “Похідна та її застосування. Збірник різнорівневих тренувальних вправ” (2009р.), “Лінійна та векторна алгебра. Збірник тестових завдань” (2019р.), “Аналітична геометрія. Збірник тестових завдань” (2019р.); співавтор видань “Математика (Алгебра). Практикум” (2013р.), “Многогранники. Збірник тестових завдань” (2021р.), “Вища математика. Збірник тестових завдань. ІІ частина” (2022р.), “Теорія многочленів. Частина ІІІ: Навчально-методичний посібник” (2022р.)

Кацімон Оксана Василівна – викладач циклової комісії фундаментальних дисциплін Черкаського державного бізнес-коледжу з 1997 року. Закінчила Черкаський державний педагогічний інститут ім. 300-річчя возз’єднання України з Росією за спеціальністю „Математика” (1993р.). Спеціаліст вищої категорії, викладач-методист. Є автором навчально-методичних видань “Вища математика. Методичні рекомендації” (2002р.), “Вища математика. Збірник задач” (2005р.), “Вища математика. Збірник задач. Частина ІІ” (2010р.), “Диференціальні рівняння. Курс лекцій”(2016), “Диференціальні рівняння. Збірник тестових завдань. ”(2020), "Вища математика. Тестові завдання. І частина". (2020). Є співавтором видань “Многогранники. Збірник тестових завдань” (2021р.), “Вища математика. Збірник тестових завдань. ІІ частина” (2022р.), “Теорія многочленів. Частина ІІІ: Навчально-методичний посібник” (2022р.)

Ходаковська Олена Олександрівна – викладач циклової комісії фундаментальних дисциплін Черкаського державного бізнес-коледжу з 2005 року. Закінчила з відзнакою математичний факультет Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького (2005 р.), спеціаліст вищої категорії. Співавтор заочних математичних студій для школярів „Я і моя математика” (5 частин) (2005 р.). Автор методичних посібників для студентів заочної форми навчання: „Дискретна математика” (2006 р.), „Вища математика” (2006 р.), „Вища математика для студентів заочної форми навчання зі спеціальності „Обслуговування комп’ютерних та інтелектуальних систем і мереж” (2006 р.), „Дискретна математика. Курс лекцій та практичні завдання” (2009 р.), „Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач” (2013 р.), „Лінійна алгебра. Частина I: Навчально-методичний посібник” (2014 р.), Лінійна алгебра. Частина II: Навчально-методичний посібник” (2015 р.), „Лінійна алгебра. Частина III: Навчально-методичний посібник” (2015 р.), „Теорія многочленів. Частина I: Навчально-методичний посібник” (2018 р.), „Теорія многочленів. Частина II: Навчально-методичний посібник” (2020 р.). Є співавтором видань “Многогранники. Збірник тестових завдань” (2021р.), “Вища математика. Збірник тестових завдань. II частина” (2022р.), “Теорія многочленів. Частина III: Навчально-методичний посібник” (2022р.)

Навчальне видання

Фай Вікторія Степанівна

Кацімон Оксана Василівна

Ходаковська Олена Олександрівна

МАТЕМАТИКА
Збірник компетентнісних задач

Комп’ютерний набір В.С. Фай

Підписано до друку 00.00.2024 р. Формат 60x84 $^1/_{16}$
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman. Друк офсетний
Умов. друк. арк. 1,17. Зам. № 357

За довідками з питань реалізації
звертатися за тел. (0472) 64-05-15